

Wiederholter Bertrand Wettbewerb bei unvollständiger Information¹

Elmar Wolfstetter

Oktober 1994
Institut f. Wirtschaftstheorie I
Humboldt–Universität zu Berlin
Spandauer Str. 1
10178 Berlin
Germany
e-mail: wolf@wiwi.hu-berlin.de

¹Diese Arbeit ist im Sonderforschungsbereich 373 “Quantifikation und Simulation Ökonomischer Prozesse”, Humboldt–Universität zu Berlin, entstanden und wurde auf seine Veranlassung unter Verwendung der ihm von der Deutschen Forschungsgemeinschaft zur Verfügung gestellten Mittel gedruckt

Für anregende Diskussionen und Kritik danke ich Brigitte Adolph, Werner Güth, Wolfgang Leininger, Jürgen Meckl, Jürgen Ramser, Manfred Stadler und Helmuth Zink, sowie allen Teilnehmern des 9. DFG Schwerpunktseminars “Marktstruktur und gesamtwirtschaftliche Entwicklung” in Konstanz.

Zusammenfassung

Der Beitrag entwickelt eine dynamische Theorie des Preiswettbewerbs. Bausteine sind unvollständige Information über Stückkosten, kombiniert mit Lernen aufgrund wiederholter Beobachtung des Marktergebnisses. Erklärt wird eine strikt fallende Preisequenz. Ferner zeigt sich, daß die Wiederholung des Bertrand Wettbewerbs zu einer größeren Abweichung vom kompetitiven Marktergebnis führt.

1 Einleitung

In der Theorie des oligopolistischen Wettbewerbs gibt es selbst einen Wettstreit konkurrierender Marktspiele. Den Anstoß gab Auguste Cournot [5], mit seinen bahnbrechenden, aber lange Zeit völlig vernachlässigten, *Principes Mathématiques de la Théorie des Richesse*. Seine strategische Analyse von Märkten und seine Vorwegnahme des Nash Gleichgewichts eines nicht-kooperativen Oligopolspiels, machen Cournot zum derzeit interessantesten Vorläufer der modernen Volkswirtschaftslehre.

Fast fünfzig Jahre vergingen bis Cournots Werk in einer ausführlichen Buchbesprechung gewürdigt wurde. Die Besprechung verfaßte der französische Statistiker Joseph Bertrand [4]. Dieser äußerte sich besonders kritisch über das angenommene Marktspiel. Und er skizzierte eine Alternative, die bis heute als wichtigster Rivale des Cournot Modells anzusehen ist.

Der Stein des Anstoßes war die Preisbildung. Cournot nahm an, daß die Oligopolisten ihre Angebotsmengen festlegen, aus denen dann ein fiktiver Auktionator den markträumenden Preis bestimmt. Bertrand wandte zu Recht ein, es wäre plausibler, die Oligopolisten selbst ihre Preise festsetzen zu lassen, ohne die Mithilfe des fiktiven Auktionators. Er begnügte sich nicht mit dieser Kritik, sondern zeigte bereits, daß die vorgeschlagene Modifikation zu radikal anderen Voraussagen über Marktpreise und Wohlfahrt führen kann.

Tatsächlich führt die einfachste Spezifikation des Bertrand Marktspiels¹ zu dem paradoxen Ergebnis, daß bereits zwei Anbieter ein kompetitives Marktergebnis mit Preis gleich Grenzkosten zur Folge haben.² Dieses *Bertrand Paradoxon*, das man oft treffend mit der Formel “*two is enough for competition*” paraphrasiert, ist dafür verantwortlich, daß sich das Cournot Marktspiel — trotz seiner unsinnigen Annahmen — als das am häufigsten verwendete Oligopolmodell durchgesetzt hat.

Selbstverständlich hätte man lieber ein Modell, dem ein plausibles Marktspiel zugrundeliegt mit preissetzenden Unternehmen an Stelle des fiktiven Auktionators und das trotzdem plausible Voraussagen trifft. Deshalb hat man immer wieder Variationen des Bertrand Marktspiels untersucht und nach Lösungen des Bertrand Paradoxons gesucht.

In allen untersuchten Variationen erwies sich die “*two is enough for com-*

¹Mit identischen konstanten Stückkosten, unbeschränkten Kapazitäten und vollständiger Information.

²Genau genommen gibt es viele Gleichgewichte, die sich allerdings im Marktergebnis nicht unterscheiden. Im Gleichgewicht setzen mindestens zwei Anbieter den Preis gleich den Stückkosten; die Preise der anderen sind beliebig, sie dürfen nur nicht die Stückkosten überschreiten.

petition“ Eigenschaft als reiner Grenzfall. Jedoch erfordern die meisten dieser Variationen einen relativ hohen technischen Aufwand, und sie sind oft schwerer handhabbar als das Cournot Modell.

Die bekannteste Lösungen des Bertrand Paradoxons ergibt sich durch Einführung von Kapazitätsbeschränkungen.³ Den Grundstein legte Edgeworth [9]. Er betrachtete vereinfachend ein Duopol, und traf zwei weitere vereinfachende Annahmen. Die erste Vereinfachung betraf die angenommene Rationierungsregel, die angewandt wird, wenn der Anbieter, der den niedrigsten Preis gesetzt hat, über zu wenig Kapazität verfügt, um die gesamte Nachfrage zu bedienen. Edgeworth nahm an, daß alle Nachfrager mit gleicher Wahrscheinlichkeit bedient werden (“random rationing”). Die zweite, weniger befriedigende, Vereinfachung war die Annahme identischer, vorgegebener Kapazitäten.

Das Bertrand–Edgeworth Modell kann bereits erhebliche Abweichungen vom kompetitiven Marktergebnis erklären. Tatsächlich sind alle Preise zwischen Monopol– und Prohibitivpreis ein Gleichgewicht, wenn die Kapazitäten hinreichend klein sind. Und das kompetitive Ergebnis kommt nur dann zustande, wenn Kapazitäten im Überfluß vorhanden sind, weil jeder Anbieter bei allen relevanten Preisen die gesamte Marktnachfrage bedienen kann.

Im mittleren Kapazitätsbereich machte Edgeworth eine interessante Entdeckung. Er stieß dort auf die Nichtexistenz eines Gleichgewichts in reinen Strategien, die er als Erklärung zyklischer Preise interpretierte. Erst sehr viel später haben Beckmann und Hochstädter [3] deutlich gemacht, daß es in diesem Kapazitätsbereich genau ein Gleichgewicht in gemischten Strategien, also keine Preiszyklen, gibt.⁴ Die Annahme identischer Kapazitäten wurde schließlich von Leviatan und Shubik [15] aufgehoben.

Kapazitätsbeschränkungen sind nicht gottgegeben. Somit stellt sich die Frage, welches Marktergebnis resultiert, wenn die Duopolisten selbst ihre Kapazitäten wählen, und wenn sie den Ausgang des darauffolgenden Bertrand Marktspiels antizipieren.

³Andere Variationen sind: 1) Bertrand Konkurrenz bei differenzierten Produkten (Singh und Vives [18]), deren Eigenschaften allerdings nur für einfache Beispiele, mit speziellen Nachfrage– und Kostenfunktionen, ausgearbeitet sind; 2) Bertrand Konkurrenz bei nichtlinearen Preisen (Hayes [11], Mandy [16]), die allerdings mit den üblichen Einwänden gegen Preisdiskriminierung (Arbitrage/unvollständige Information) konfrontiert ist; 3) Bertrand Konkurrenz bei zunehmenden Stückkosten (Allen und Hellwig [1], Vives [21]). Zunehmende Stückkosten kann man als Verallgemeinerung starrer Kapazitäts-schranken ansehen. Diese Verallgemeinerung hat plausible Grenzwerteigenschaften.

⁴Eine Theorie zyklischer Preise, sogenannte “Edgeworth–Zyklen”, findet sich übrigens bei Maskin und Tirole [17].

Diese Frage wurde in einem vielbeachteten Beitrag von Kreps und Scheinkman [13] untersucht. Ihr Ergebnis war verblüffend. Sie zeigten, daß das Marktergebnis mit dem des Cournot Marktspiels übereinstimmt. Das Spiel hat genau ein teilspielperfektes Nash Gleichgewicht. Dabei wählen die Anbieter ihre Kapazitäten genauso, wie die Anbieter ihre Angebotsmengen im zugehörigen Cournot Marktspiel; anschließend wählen sie den markträumenden Stückpreis, also genau den Preis, den auch der Auktionator im Cournot Marktspiel festsetzen würde.⁵ Alles in allem gesehen führt also das plausible Bertrand Marktspiel, ergänzt um die Kapazitätswahl, zurück zu Cournot.

Mit dieser Verteidigung von Cournot ist das Buch über das Bertrand Modell jedoch keineswegs geschlossen. Kreps und Scheinkman hatten nämlich eine sehr spezielle Rationierungsregel unterstellt, das sogenannte *“parallel”* oder *“efficient rationing”*. Wie Davidson und Deneckere [8] zeigten, kann man jedoch bei keiner anderen denkbaren Rationierungsregel mit dem Cournot Ergebnis rechnen.⁶

Beim *“parallel rationing”* wird das knappe Angebot immer zuerst an die höchsten Zahlungsbereitschaften vergeben. Sind die Nachfrager identisch, dann müßte man also alle Kunden gleichmäßig beliefern (deshalb *“parallel”* rationing), etwa nach Art der *“three per customer”* Auflage, mit der Supermärkte in den U.S.A. häufig ihre Sonderangebote einschränken. Bei heterogenen Nachfragern müßte man dagegen die Kunden gemäß der Rangordnung ihrer Zahlungsbereitschaften bedienen.

In den meisten Anwendungen wird nach dem Zufallsprinzip — *“first come, first serve”* — rationiert, das auch dem Bertrand–Edgeworth Modell zugrundeliegt. Es gibt auch keinen überzeugenden Grund, warum Unternehmen das *“parallel rationing”* vorziehen sollten, wenn sie das überhaupt

⁵Nebenbei sei bemerkt, daß die insgesamt sehr aufwendige Beweisführung von Kreps und Scheinkman inzwischen wesentlich vereinfacht werden kann. Damals war noch nicht bekannt, ob das Bertrand Spiel, mit seinen Unstetigkeiten in den Auszahlungsfunktionen, immer eine Lösung, gegebenenfalls in gemischten Strategien, besitzt. Die Autoren haben deshalb die gemischten Strategiegleichgewichte explizit berechnet. Inzwischen sind allgemeinere Existenztheoreme über Spiele mit unstetigen Auszahlungsfunktion bekannt, und man kann sich deshalb damit begnügen, allgemeine Eigenschaften des Gleichgewichts herauszuarbeiten, ohne die gleichgewichtigen gemischten Strategien explizit zu berechnen (siehe etwa Tirole [19, S. 224 ff.] oder Wolfstetter [22, S. 75–83]). Die passenden Existenztheoreme finden sich bei Dasgupta und Maskin [6] und bei Baye, Tian und Zhou [2].

⁶Eine interessante Alternative zum Kreps–Scheinkman Modell wurde kürzlich von Güth [10] vorgestellt. Güth geht davon aus, daß man immer zusätzliche Kapazität beschaffen kann, allerdings nur zu höheren Stückkosten. Unter zusätzlichen Vereinfachungen ergibt sich ebenfalls das Cournot Ergebnis. Der Vorzug ist die erheblich einfachere Beweisführung.

implementieren können. Zwar wird oft als Rechtfertigung angeführt, daß man beim “parallel rationing” seinen Rivalen weniger Nachfrage übrigläßt. Warum sollte man jedoch anderen Schaden zufügen, wenn das den eigenen Ertrag doch nicht erhöht? Die Verteidigung von Cournot durch Kreps und Scheinkman ist deshalb zwar ein brillianter Versuch, aber dennoch nur ein reiner Grenzfall.

In diesem Beitrag wird eine andere Variation des Bertrand Marktspiels vorgestellt. Sie beruht auf zwei Modifikationen des Ausgangsmodells: 1) der Einführung unvollständiger Information über die Stückkosten und 2) der Annahme eines wiederholten Zusammentreffens der Anbieter am Markt unter unveränderten Rahmenbedingungen. Zusammengenommen führen beide Modifikationen zu einem dynamischen Lernprozeß. Das Problem der strategischen Preissetzung ist daher überlagert von einem Problem der strategischen Informationsübermittlung.

Allein die Einführung unvollständiger Information führt schon zu einer verblüffend einfachen Lösung des Bertrand Paradoxons. Tatsächlich beeinflußt dann jede Änderung der Anzahl der Anbieter das Marktergebnis. Die Erwartungswerte des Marktpreises und der Gewinne sind dann strikt monoton fallende Funktionen der Anzahl der Anbieter, und das kompetitive Marktergebnis ergibt sich nur als Grenzwert, wenn die Anzahl der Oligopolisten gegen unendlich geht. Kurzum: mehr Anbieter bedeuten mehr Konkurrenz — wie im Cournot Modell.

Den anschaulichen Grund für diese erwünschten Eigenschaften kann man folgendermaßen umreißen. Mit zunehmender Anzahl der Rivalen wird jeder Anbieter zu einer aggressiveren Preissetzung veranlaßt. Denn mit zunehmender Anzahl wird es wahrscheinlicher, daß der niedrigste Preis der rivalisierenden Anbieter in der Nähe der eigenen Stückkosten liegt. Und wenn alle Anbieter mit ihrer Preisforderung näher an ihre Stückkosten heranrücken, dann muß sich auch der Marktpreis dem kompetitiven Preis annähern.

Oligopole sind in der Regel keine “Eintagsfliegen”; meist offerieren sie ihre Produkte wiederholt, auf mehr oder weniger unveränderten Märkten. Es ist daher naheliegend, die Preisbildung als dynamischen Prozeß zu analysieren.

Bei vollständiger Information wäre die Wiederholung unwesentlich. Denn in einem stationären Spiel mit vollständiger Information macht Wiederholung nur dann einen Unterschied, wenn kein Ende absehbar ist, weil das Spiel grundsätzlich unendlich oft wiederholt wird.⁷

⁷Und selbst dann kann man eigentlich nicht sagen, wie sich das Spielergebnis ändert, da dann fast jedes denkbare Spielergebnis durch ein teilspielperfektes Nash Gleichgewicht gestützt wird (Stichwort: “folk theorem”).

Das ist anders bei unvollständiger Information. Die Beobachtung des Marktergebnisses nach jeder Marktperiode erlaubt dann nämlich Rückschlüsse über die Stückkosten der Rivalen. Im Verlauf des Spiels ergibt sich somit eine Veränderung der Informationsstruktur, ein Lernprozeß, der die Dynamik der Preisbildung antreibt, selbst wenn die Anzahl der Wiederholungen gering ist.

Selbstverständlich antizipiert jeder Anbieter, daß die Rivalen aus dem Marktergebnis Rückschlüsse ziehen werden. Neben dem Kampf um den Markt, treten deshalb auch Überlegungen hinsichtlich der strategischen Informationsübermittlung auf. Es kommt nicht nur darauf an, in einer Periode den Markt zu gewinnen, sondern auch darauf, welche Informationen durch die Preissetzung über die eigenen Stückkosten preisgegeben werden.

Im einzelnen hängt alles davon ab, welche Details des Marktergebnisses allen Anbietern bekannt werden. Drei Fälle sind von besonderem Interesse:

1. *alle Preise sind öffentliche Information* — etwa weil Preise in Zeitschriften oder Katalogen veröffentlicht werden, wie z. B. am lokalen Discount Markt für Computer Hardware oder im überregionalen Versandhandel;
2. *bekannt wird nur der niedrigste Preis* — wie z. B. bei der Vergabe öffentlicher Aufträge, bei der vom Gesetzgeber häufig die Veröffentlichung des günstigsten Angebots vorgeschrieben wird;
3. *kein Preis wird öffentliche Information* — ein Anbieter stellt nur fest, ob er den Markt gewonnen hat, wie z. B. auf Märkten für Zwischenprodukte mit den dort typischen Preisabschlägen und Ausschreibungen im Rahmen der industriellen Beschaffung.

Die Publikationspflicht bei öffentlichen Aufträgen, die den zweiten vom dritten Fall unterscheidet, hat übrigens einen naheliegenden Grund. Die Vertreter der öffentlichen Hand haben keinen Anreiz, tatsächlich das günstigste Angebot auszuwählen, da sie am Gewinn nicht partizipieren. Das Problem der Einflußnahme durch Bestechung ist daher endemisch. Die Publikationspflicht ist eine einfache und wirksame Gegenmaßnahme, ganz im Sinne des Prinzips der *“legality through publicity”*. Im Falle einer Manipulation wird sich natürlich sofort der Anbieter melden, der rechtmäßig den Zuschlag hätte bekommen sollen.

Im folgenden wird ausschließlich der dritte Fall analysiert, der vor allem bei der Beschaffung von Vorprodukten in der Industrie und bei Anschaffungen von Gebrauchsgütern oder Dienstleistungen von Handwerkern durch private Haushalte verbreitet ist. Wenn z. B. ein Automobilhersteller Reifen einkauft, oder ein Bauherr ein Dach erneuern läßt, dann geschieht dies in der

Regel in der Form einer mehr oder weniger formalisierten Ausschreibung. Am Ende wird dem günstigsten Anbieter der Zuschlag erteilt. Die “Verlierer” wissen dann nur, daß sie unterboten wurden, aber sie erfahren nicht, zu welchem Preis der Zuschlag erteilt wurde. Ähnlich weiß der “Gewinner” nur, daß er alle Rivalen unterboten hat, aber den nächsthöheren Preis erfährt er nicht.

Die Analyse beginnt mit der Einführung unvollständiger Information in das Bertrand Modell (*Abschnitt 2*). Anschließend wird die Dynamik der Preisbildung analysiert (*Abschnitt 3*). Dies geschieht unter der stark vereinfachenden Annahme einer einmaligen Wiederholung des Preisspiels zwischen nur zwei Anbietern (Duopol) und unter speziellen Verteilungsannahmen über die unbekanntenen Stückkosten der Rivalen. Der Aufsatz schließt mit einigen Schlußbemerkungen (*Abschnitt 4*).

2 Eine Alternative Lösung des Bertrand Paradoxons

Man betrachte das klassische Bertrand Marktspiel mit $N \geq 2$ identischen Anbietern und modifiziert durch die Annahme unvollständiger Information. Jeder Anbieter hat konstante Stückkosten c bei unbeschränkter Kapazität. Jeder Anbieter setzt einen verbindlichen Stückpreis, in Unkenntnis der Entscheidung und der Stückkosten der Rivalen. Die Nachfrager kaufen beim günstigsten Anbieter, ergänzt durch irgendeine “tie-rule”.

Im Unterschied zum klassischen Bertrand Modell kennt jeder Anbieter nur seine eigenen Stückkosten. Die Stückkosten der Rivalen sind deshalb Zufallsvariablen. Vereinfachend wird angenommen, daß diese Zufallsvariablen unabhängig und auf dem Träger $[0, 1]$ gleichverteilt sind. Ferner sei die Nachfrage unelastisch, normiert auf 1 Einheit und mit einem Prohibitivpreis gleich 1.

Da der niedrigste Preis den Markt gewinnt, kann man die Preisbildung als Sonderfall einer *Holländischen Auktion* ansehen. Der einzige Unterschied ist der, daß die Bieter hier Verkäufer statt Käufer sind. Das Marktgleichgewicht kann man daher aus bekannten Ergebnissen über Holländische Auktionen (im “symmetric independent private values framework”) ermitteln.

Im folgenden wird die Zufallsvariable Stückkosten mit dem Großbuchstaben C und die Realisation mit dem Kleinbuchstaben c bezeichnet. Die k -te Rangstatistik der Stichprobe aller Stückkosten mit der Stichprobengröße N wird wie üblich mit $C_{(k)}$ bezeichnet. Die Zufallsvariable “niedrigste Stückkosten” ist also $C_{(1)}$, und die Zufallsvariable “zweitniedrigsten” Stückkosten

$C_{(2)}$.⁸

Satz 1 (Einmaliger Preiswettbewerb) *Betrachte das einmalige Bertrand Marktspiel mit unvollständiger Information. Im Gleichgewicht setzt jeder Anbieter seinen Stückpreis nach folgender ‘‘Aufschlagsregel’’*

$$p^*(c) = \frac{1}{N} + \frac{(N-1)}{N}c \quad (\text{Preisstrategie}). \quad (1)$$

Der Erwartungswert des Marktpreises beträgt

$$\bar{p}(N) := E[p^*(C_{(1)})] = E[C_{(2)}] = \frac{2}{N+1} \quad (2)$$

und der Erwartungswert des Gewinns ist

$$\bar{\pi}(c, N) = \frac{(1-c)^N}{N}. \quad (3)$$

Beweis Um diese Ergebnisse zu beweisen, muß man lediglich eine geeignete Transformation von Zufallsvariablen einführen und kann dann bekannte Ergebnisse über Holländische Auktionen anwenden.

Zu diesem Zweck definiere man

$$b := 1 - p \quad \text{und} \quad v := 1 - c. \quad (4)$$

Diese Abbildungsregeln transformieren das Bertrand Spiel in ein Holländisches Auktionsspiel, in dem das höchste Gebot b (der niedrigste Preis p) den Zuschlag erhält. Den niedrigsten Stückkosten c entspricht dabei die höchste Zahlungsbereitschaft v . Da C auf dem Träger $[0, 1]$ gleichverteilt ist, ist auch V auf $[0, 1]$ gleichverteilt.

Die gleichgewichtigen Gebote sind bei der getroffenen Gleichverteilungsannahme bekanntlich durch die Strategie $b(v) := \frac{N-1}{N}v$ beschrieben.⁹ Daher folgt, wie behauptet,

$$\begin{aligned} p^* &= 1 - b \\ &= 1 - \frac{N-1}{N}v \\ &= 1 - \frac{N-1}{N}(1-c) \\ &= \frac{1}{N} + \frac{N-1}{N}c. \end{aligned} \quad (5)$$

⁸Bei der getroffenen Gleichverteilungsannahme ist der Erwartungswert der k -ten Rangstatistik einer Stichprobe der Größe N gleich $E[C_{(k)}] = \frac{k}{N+1}$. Siehe Kendall und Stuart [12, S. 268].

⁹Siehe Vickrey [20] oder Wolfstetter [23, S. 12].

Bekanntlich führen die Englische und die Holländische Auktion zu demselben Erwartungswert des Preises. Aufgrund dieser “revenue equivalence” Eigenschaft gilt¹⁰

$$\bar{p}(N) := E[p^*(C_{(1)})] = \frac{2}{N+1} = E[C_{(2)}]. \quad (6)$$

Der Erwartungswert des Gewinns ist schließlich

$$\begin{aligned} \bar{\pi}(c, N) &= \Pr\{C_{(2)} > c\}(p(c) - c) \\ &= (1 - c)^{N-1}(p(c) - c) \\ &= \frac{(1 - c)^N}{N}. \end{aligned} \quad (7)$$

Mehr Konkurrenz führt also zu aggressiverer Preissetzung, beginnend mit dem Monopolpreis, $p^*(1) = 1$, bis hin zum kompetitiven Preis. Ebenso fällt der Erwartungswert des Marktpreises und der Erwartungswert des Gewinns mit der Anzahl der Anbieter, beginnend mit $\bar{p}(1) = 1$, $\bar{\pi}(1) = 1 - c$, bis zu $\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{p}(N) = 0$ und $\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{\pi}(N) = 0$. Kurzum, die Anzahl der Anbieter spielt genau die Rolle, die wir am Cournot Modell schätzen. ■

Man beachte jedoch, daß die “two is enough for competition” Eigenschaft des klassischen Bertrand Modells in einem schwächeren Sinne überlebt. Der erwartete Marktpreis stimmt nämlich mit dem Erwartungswert der zweitniedrigsten Stückkosten überein:

$$\bar{p}(N) := E[p^*(C_{(1)})] = E[C_{(2)}] \quad (8)$$

Trotzdem gibt es einen stetigen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Anbieter und dem erwarteten Marktergebnis. Der anschauliche Grund besteht darin, daß die beiden Erwartungswerte $E[C_{(1)}]$ und $E[C_{(2)}]$ näher zusammenrücken, wenn die Größe der Stichprobe N erhöht wird. Die “Lücke” zwischen diesen beiden Rangstatistiken bestimmt den Grad der Aggressivität der Preisbildung. Das wird deutlich, wenn man die gleichgewichtige Preisfunktion in der Form $p(c) = (1 - \beta) + \beta c$ darstellt, wobei für β gilt:

$$\beta := \frac{N - 1}{N} = \frac{1 - E[C_{(2)}]}{1 - E[C_{(1)}]}. \quad (9)$$

¹⁰Bei einer Englischen Auktion ist es eine dominante Strategie, das eigene Limit genau so hoch zu setzen wie die eigene Zahlungsbereitschaft. Angewandt auf den Bertrand Wettbewerb folgt daraus, daß der Gleichgewichtspreis bei einer Englischen Auktion mit den zweitniedrigsten Stückkosten $C_{(2)}$ übereinstimmt.

3 Dynamik des Preiswettbewerbs

Wir haben eine einfache Lösung des Bertrand Paradoxons vorgestellt. Auf dieser Grundlage soll nun eine dynamische Theorie des Preiswettbewerbs entwickelt werden.¹¹ Zu diesem Zweck wird angenommen, daß die Anbieter bei unveränderten Stückkosten wiederholt aufeinandertreffen.

Vereinfachend wird von nun an ein Duopol betrachtet. Die Duopolisten sind genau zweimal am Markt aktiv, bei über die Zeit unveränderten Stückkosten und unveränderter Nachfrage. Nach der ersten Periode stellt jeder Anbieter fest, ob er den Markt entweder gewonnen oder verloren hat. Kein Anbieter erfährt den Preis des Rivalen. Jeder Anbieter stellt lediglich fest, ob er den Rivalen unterboten hat oder ob er unterboten wurde. Aus dieser Information zieht er Rückschlüsse über die Stückkosten seines Rivalen. Die revidierten Vermutung über die Stückkosten des Rivalen sind die Grundlage des Preiswettbewerbs in der zweiten Periode.

Strategien In jeder Periode setzen die Duopolisten ihren Stückpreis in Abhängigkeit von ihren eigenen Stückkosten und von der Historie des Spiels. Ihre Strategien sind deshalb ein Tripel von Abbildungsregeln

$$\mu(c) := (p(c), s(c, p), f(c, p)).$$

Dabei bezeichnet $p(c)$ die Preisforderung in der ersten Periode und $s(c, p)$, $f(c, p)$ die Preisforderungen in der zweiten Periode.

Die Preisforderungen der zweiten Periode sind abhängig von der Historie des Spiels. Hatte ein Anbieter in der ersten Periode mit der Aktion p Erfolg, dann spielt er danach die Preisstrategie $s(c, p)$; hatte er Mißerfolg, dann spielt er $f(c, p)$. Als Gedächtnishilfe denke man bei s an “success” (Erfolg) und bei f an “failure” (Mißerfolg).

Auszahlungsfunktionen Die gesamte Auszahlung eines Duopolisten ist die Summe der Gewinne aus beiden Perioden (der Diskontfaktor wird ohne Einschränkung der Allgemeinheit gleich 1 gesetzt). Sei q die Wahrscheinlichkeit des Erfolgs in der ersten Periode und q_s (q_f) die Wahrscheinlichkeit des Erfolgs (Mißerfolgs) in der zweiten Periode. Dann betragen die Periodengewinne

$$\pi = q(p - c) \tag{10}$$

¹¹Das im folgenden dargestellte Modell entstand aus gemeinsamen Arbeiten über wiederholte Auktionen mit Michael Landsberger und Shmuel Zamir. Siehe Landsberger, Wolfstetter und Zamir [14].

$$\pi_s = q_s(s - c) \quad (11)$$

$$\pi_f = q_f(f - c). \quad (12)$$

Der Gesamtgewinn beträgt

$$\Pi := \pi + q\pi_s + (1 - q)\pi_f. \quad (13)$$

Lösungskonzept Das Lösungskonzept ist das eines symmetrischen perfekten Bayesianischen Nash Gleichgewichts.

Das Spiel hat einige ungewöhnliche Eigenschaften. So gibt es in der zweiten Periode kein “common knowledge” über die Vermutungen der Spieler, da keiner wissen kann, in welcher Weise der Rivale seine Vermutungen revidiert hat. Die revidierten Erwartungen des Rivalen wären nur dann bekannt, wenn dessen Preisforderung öffentliche Information wäre.

Die Lösung erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird das Preisspiel der zweiten Periode gelöst. Dabei wird vorausgesetzt, daß beide Anbieter in der ersten Periode die einheitliche Gleichgewichtsstrategie $p(c)$ spielen. Wir ermitteln also zuerst die gleichgewichtigen Preisstrategien der zweiten Periode *auf dem Gleichgewichtspfad*.

Die Gleichgewichtsstrategien der zweiten Periode werden mit

$$s(c) := s(c, p(c)), \quad f(c) := f(c, p(c)) \quad (14)$$

bezeichnet. Diese Strategien sind wechselseitig beste Antworten *auf dem Gleichgewichtspfad*. “Auf dem Gleichgewichtspfad” bedeutet, daß in der Vergangenheit die gleichgewichtigen Aktionen $p = p(c)$ gespielt wurden.

Im zweiten Schritt lösen wir die Gleichgewichtsstrategie der ersten Periode $p(c)$. Dabei wird es notwendig, die Konsequenzen einer einseitigen Abweichung vom Gleichgewichtspfad, $p \neq p(c)$, zu untersuchen. Neben der direkten Auswirkung auf den Periodengewinn, führt jede einseitige Abweichung vom Gleichgewichtspfad zu einem veränderten Rückschluß über die Stückkosten des Rivalen und somit grundsätzlich zu einem anderen Spielverhalten in der zweiten Periode.

3.1 Gleichgewichtspreise der zweiten Periode

Angenommen, beide Anbieter spielen in der ersten Periode die Gleichgewichtsstrategie $p(c)$, die noch zu bestimmen sein wird. Welche Strategien $s(c)$ und $f(c)$ lösen dann das Preisspiel der zweiten Periode?

Wir beginnen mit dem folgenden Zwischenergebnis, auf das wiederholt Bezug genommen wird. Die dabei getroffenen Monotonieannahmen werden später bewiesen.

Lemma 1 *Angenommen $p(c)$, $f(c)$ und $s(c)$ sind strikt monoton zunehmend in c . Dann gilt*

$$s(c) > f(c), \quad \text{für alle } c \in [0, 1];$$

Erfolg macht weniger aggressiv.

Beweis Da beide Anbieter in der ersten Periode dieselbe Preisstrategie $p(c)$ spielten, und da $p(c)$ strikt monoton zunehmend ist, gewann in der ersten Periode der Anbieter mit den niedrigsten Stückkosten. Setze $c_1 < c_2$. Wenn nun $f(c_1) \geq s(c_1)$ gelten würde, dann würde aufgrund der vorausgesetzten Monotonie von $f(c)$ und $s(c)$ auch $s(c_1) < f(c_2)$ gelten. Der Erfolgreiche in der ersten Periode wäre also auch in der zweiten Periode *mit Sicherheit* erfolgreich. Das ist offensichtlich nicht optimal. Der Erfolgreiche könnte sich durch Anheben seines Preises unter Inkaufnahme einer gewissen Wahrscheinlichkeit des Mißerfolgs verbessern. Auf die exakte Ausführung dieser anschaulichen Beweisskizze wird verzichtet. ■

Bestimmung der $s(c)$ Funktion Betrachte den Anbieter, der in der ersten Periode mit der Preisforderung $p(c)$ Erfolg hatte. Angenommen, er spielt die Aktion s gegen die Strategie des Gegenspielers $f(C)$. Dann beträgt sein Periodengewinn π_s , wobei die Wahrscheinlichkeit des Erfolgs in der zweiten Periode wie folgt bestimmt ist. (Erinnerung: Zufallsvariablen werden mit Großbuchstaben und Realisationen mit Kleinbuchstaben kenntlich gemacht.)

$$\begin{aligned} q_s &:= \Pr\{f(C) > s | p(C) > p(c)\} \\ &= \Pr\{C > \phi(s) | C > c\} \quad (\text{wobei } \phi := f^{-1}) \\ &= \frac{\Pr\{C > \phi(s) \wedge C > c\}}{\Pr\{C > c\}} \\ &= \frac{\Pr\{C > \phi(s)\}}{\Pr\{C > c\}} \quad (\text{wegen Lemma 1}) \\ &= \frac{1 - \phi(s)}{1 - c} \quad (\text{Gleichverteilung}). \end{aligned} \tag{15}$$

$$\tag{16}$$

Damit die Aktion s eine beste Antwort ist, muß sie den Periodengewinn π_s gegen die Strategie des Rivalen $f(c)$ maximieren:

$$\max_s \frac{1 - \phi(s)}{1 - c} (s - c) \tag{17}$$

Weiterhin muß für den Maximierer s gelten $s = s(c)$. Ausgedrückt in den inversen Strategien, die in der obigen Herleitung ausschließlich vorkommen, lautet diese Anforderung $c = \sigma(s)$, mit $\sigma := s^{-1}$.

Durch Anwendung der Bedingung erster Ordnung des Extremwertproblems (17) erhält man die erste Differentialgleichung:

$$1 - \phi(s) = \phi'(s)(s - \sigma(s)) \quad (18)$$

Bestimmung der $f(c)$ Funktion Betrachte jetzt den Anbieter, der in der ersten Periode keinen Erfolg hatte. Angenommen, er spielt die Aktion f gegen die Strategie des Gegenspielers $s(C)$. Sein Periodengewinn beträgt dann π_f , wobei die Wahrscheinlichkeit des Erfolgs in der zweiten Periode q_f wie folgt bestimmt ist:

$$\begin{aligned} q_f &:= \Pr\{f < s(C) | p(C) < p(c)\} & (19) \\ &= \Pr\{\sigma(f) < C | C < c\} \quad (\text{wobei } \sigma := s^{-1}) \\ &= \frac{\Pr\{\sigma(f) < C < c\}}{\Pr\{C < c\}} \quad (\text{Lemma 1}) \\ &= \frac{c - \sigma(f)}{c} \quad (\text{Gleichverteilung}) \end{aligned} \quad (20)$$

Durch Anwendung ähnlicher Überlegungen wie bei der Bestimmung der $s(c)$ Funktion ergibt sich die zweite Differentialgleichung:

$$\sigma'(f)(f - c) = c - \sigma(f) \quad (21)$$

Lösung Die inversen Gleichgewichtsstrategien $\sigma := s^{-1}$, $\phi := f^{-1}$ müssen die beiden Differentialgleichungen (18) und (21) sowie die folgenden Anfangsbedingungen lösen

$$\sigma(1) = 1, \quad \phi(1) = 1. \quad (22)$$

(Beachte: Die inversen Gleichgewichtsstrategien $\sigma(s)$, $\phi(f)$ geben die Stückkosten an, die den im Gleichgewicht gesetzten Preisen f und s zugrundeliegen.)

Satz 2 (Gleichgewichtsstrategien 2-te Periode) *Die gleichgewichtigen Preisstrategien der zweiten Periode sind*

$$s(c) = \frac{1}{2}(1 + c) \quad (23)$$

$$f(c) = \frac{1}{4}(1 + 3c). \quad (24)$$

Beweis Die Funktionen

$$\sigma(s) = 2s - 1, \quad \phi(f) = \frac{1}{3}(4f - 1) \quad (25)$$

lösen die Differentialgleichungen (18), (21) und die Anfangsbedingungen (22). Invertiere die Lösungsfunktionen und die Behauptung ist bewiesen. ■

Folgerung 1 (Ineffizienz) *In der zweiten Periode kommt der ineffiziente Anbieter mit positiver Wahrscheinlichkeit zum Zuge.*

3.2 Verhalten außerhalb des Gleichgewichtspfades

Die Strategien $s(c)$, $f(c)$ sind wechselseitig beste Antworten, falls beide Anbieter in der ersten Periode die noch zu bestimmende strikt monoton zunehmende Gleichgewichtsstrategie $p(c)$ spielen.

Spielen beide $p(c)$, dann kann aus dem Ereignis “Erfolg” (bzw. “Mißerfolg”) der Schluß gezogen werden, daß der Rivale höhere (niedrigere) Stückkosten haben muß. Aufgrund der vorausgesetzten strikten Monotonie von p gilt nämlich $p(c) < p(C) \iff c < C$.

Wenn jedoch ein Anbieter einseitig vom Gleichgewichtspfad abweicht und in der ersten Periode auf die Strategie $p(c)$ mit einer Aktion $p \neq p(c)$ antwortet, dann ergibt sich daraus auch ein veränderter Rückschluß auf die Stückkosten des Rivalen. Die Ereignisse “Erfolg” bzw. “Mißerfolg” sind dann nicht mehr gleichbedeutend mit niedrigeren bzw. höheren Stückkosten. Die so veränderte Informationsstruktur beeinflußt dann auch die optimale Preispolitik in der zweiten Periode. Kurzum, einseitige Abweichungen in der ersten Periode führen grundsätzlich auch zu einem anderen Verhalten in der zweiten Periode.

Eine Strategie ist ein Gleichgewicht, wenn einseitige Abweichungen nicht lohnen. Um diese Anforderung anzuwenden, muß man die Konsequenzen einseitiger Abweichungen abschätzen. Man muß also das Verhalten außerhalb des Gleichgewichtspfades untersuchen, um den Gleichgewichtspfad selbst zu finden.

Man betrachte einen Anbieter mit Stückkosten c , der gegen einen Rivalen antritt, der die Gleichgewichtsstrategie

$$\mu(C) = (p(C), f(C), s(C))$$

spielt. Welche Strategien sind beste Antworten auf $\mu(C)$, abhängig von der selbst gewählten Aktion p und von dem darauffolgenden Ereignis “Erfolg” bzw. “Mißerfolg”?

Historie: Aktion p und Mißerfolg Angenommen, der Anbieter war mit der Aktion p in der ersten Periode erfolglos. Es wird zugelassen, daß p von der gleichgewichtigen Aktion $p(c)$ abweicht. Die beste Antwort $f(c, p)$ auf die Gleichgewichtsstrategie des Rivalen $\mu(C)$ maximiert den Periodengewinn π_f . Dabei gilt folgende Wahrscheinlichkeit des Erfolgs in der zweiten Periode:

$$q_f : = \Pr\{s(C) > f | p(C) < p\} \quad (26)$$

$$= \Pr\{C > \sigma(f) | C < \rho(p)\} \quad \text{wobei } \rho := p^{-1} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\Pr\{\sigma(f) < C < \rho(p)\}}{\Pr\{C < \rho(p)\}} \\ &= \frac{\rho(p) - \sigma(f)}{\rho(p)} \quad (\text{Gleichverteilung}) \end{aligned} \quad (28)$$

Damit die Aktion f eine beste Antwort auf $\mu(C)$ ist, muß f den Periodengewinn π_f maximieren

$$\max_f \frac{\rho(p) - \sigma(f)}{\rho(p)} (f - c). \quad (29)$$

Aus der Bedingung erster Ordnung und durch Substituieren der $\sigma(f)$ Funktion aus (25) erhält man unmittelbar

$$f(c, p) := \frac{1}{4}(1 + 2c + \rho(p)). \quad (30)$$

Liegt die Aktion p auf dem Gleichgewichtspfad, d.h. ist $p = p(c)$, dann folgt $\rho(p) = c$, und es bestätigt sich die bereits bekannte Gleichgewichtsstrategie $f(c, p(c)) = f(c)$ aus (24).

Historie: Aktion p und Erfolg Man betrachte jetzt den Fall, daß ein Anbieter mit der Aktion p Erfolg hatte, wobei ebenfalls zugelassen wird, daß $p \neq p(c)$. Durch Anwendung entsprechender Überlegungen kann man die folgende Wahrscheinlichkeit des Erfolg berechnen:

$$\begin{aligned} q_s : &= \Pr\{f(C) > s | p(C) > p\} \\ &= \Pr\{C > \sigma(s) | C > \rho(p)\} \\ &= \frac{\Pr\{C > \phi(s) \wedge C > \rho(p)\}}{\Pr\{C > \rho(p)\}} \\ &= \frac{\Pr\{C > \phi(s)\}}{\Pr\{C > \rho(p)\}} \\ &= \frac{1 - \phi(s)}{1 - \rho(p)} \quad (\text{Gleichverteilung}) \end{aligned} \quad (31)$$

Die Umformung von der dritten zur vierten Zeile unterstellt, daß $\rho(p) < \sigma(s)$. Um zu sehen, daß dies tatsächlich gilt, nehme man *ad absurdum* an, daß $\rho(p) \geq \sigma(s)$ gilt. Dann hätte man auch $q_s = \Pr\{C > \rho(p)\} / \Pr\{C > \rho(p)\} = 1$; s müßte also $\pi_s = (s - c)$ maximieren. Aber dann wäre $s = 1$, für all c , im Widerspruch zu $q_s = 1$.

Damit die Aktion s eine beste Antwort ist, muß sie den Periodengewinn π_s maximieren

$$\max_s \frac{1 - \phi(s)}{1 - \rho(p)} (s - c). \quad (32)$$

Offensichtlich hat diese Zielfunktion denselben Maximierer wie die Funktion $(1 - \phi(s))(s - c)$, die unabhängig von p ist. Daraus folgt unmittelbar

$$s(c, p) = \frac{1 + c}{2} =: s(c). \quad (33)$$

Die beste Antwort auf die Gleichgewichtsstrategie des Rivalen $\mu(C)$ ist also unabhängig von der Preisforderung in der ersten Periode p . Obwohl Abweichungen vom Gleichgewichtspfad $p \neq p(c)$ den Rückschluß auf die Kosten des Rivalen verändern, gilt, daß der Erfolgreiche aus diesen neuen Informationen keinen Vorteil ziehen kann.

Dagegen ist jedoch die beste Antwort im Falle des Mißerfolgs $f(c, p)$ eine strikt zunehmende Funktion der Preisforderung in der ersten Periode p . Darin kommt zum Ausdruck, daß der nicht erfolgreiche Anbieter desto mehr über die Kosten seines Rivalen lernt, je geringer die Preisforderung ist, mit der er den Markt verliert.

Reduzierte Gewinnfunktionen Aus diesen beste Antwort Funktionen auf die Gleichgewichtsstrategie $\mu(C)$, ermitteln wir schließlich die zugehörigen Periodengewinne

$$\begin{aligned} \pi_s &: = \Pr\{f(C) > s(c, p) | p(C) > p\} (s(c, p) - c) \\ &= \frac{(1 - c)^2}{3(1 - \rho(p))} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \pi_f &: = \Pr\{s(C) > f(c, p) | p(C) < p\} (f(c, p) - c) \\ &= \frac{(\rho(p) - 2c + 1)^2}{8\rho(p)}. \end{aligned} \quad (35)$$

3.3 Gleichgewicht des gesamten Spiels

Die Preisstrategie der ersten Periode $p(c)$ muß für alle denkbaren Stückkosten c die gesamte Gewinnfunktion Π über p maximieren, bei gegebener

Gleichgewichtsstrategie des Rivalen $\mu(C) = (p(C), f(C), s(C))$,

$$\max_p \Pi(p, s(c, p), f(c, p), \mu(C), c) : = \Pr\{p(C) > p\} [p - c + \pi_s] \\ + (1 - \Pr\{p(C) > p\})\pi_f, \quad (36)$$

unter den Nebenbedingungen (34), (35).

Damit die Aktion p eine Gleichgewichtsempfehlung ist, muß $p = p(c)$ gelten. Bezüglich der inversen Preisstrategie $\rho := p^{-1}$, muß also gelten, daß $c = \rho(p)$, für alle p . Zusammen mit der Bedingung erster Ordnung des Maximierungsproblems erhält man die Differentialgleichung

$$\rho'(p) (1 + 3\rho(p) - 4p) - 4\rho(p) + 4 = 0. \quad (37)$$

Daraus folgt unmittelbar:

Satz 3 (Gleichgewichtsstrategie 1-te Periode) *Die gleichgewichtige Preisstrategie der ersten Periode ist*

$$p(c) = \frac{1}{8}(5 + 3c). \quad (38)$$

Eine Veranschaulichung dieser Ergebnisse findet sich in Diagramm 3.3. Daraus wird ersichtlich, daß sowohl der erfolgreiche als der auch der nicht erfolgreiche Anbieter in der zweiten Periode zu einer aggressiveren Preissetzung übergeht. Der Marktpreis fällt mit Sicherheit.

Angenommen, die niedrigsten Stückkosten betragen c_1 (s. das Diagramm). Dann gewinnt in der ersten Periode der Anbieter mit den Stückkosten c_1 und der Marktpreis der ersten Periode beträgt $p(c_1)$. In der zweiten Periode gewinnt der ineffiziente Anbieter genau dann den Markt, wenn seine Stückkosten kleiner als c^* sind. In diesem Fall wird der Marktpreis durch die $f(c)$ Funktion festgelegt; andernfalls gewinnt erneut der effiziente Anbieter, und der Marktpreis beträgt $s(c_1)$.

3.4 Abweichung vom kompetitiven Marktpreis?

Die gleichgewichtige Preisstrategie des Erfolgreichen $s(c)$ stimmt mit der gleichgewichtigen Preisstrategie im einmaligen Bertrand Spiel $p^*(c)$ überein (vgl. (23) mit (5)). Da

$$p(c) > s(c) = p^*(c) > f(c),$$

folgt daraus unmittelbar, daß der erwartete Marktpreis im wiederholten Preiswettbewerb in der ersten Periode größer und in der zweiten geringer ist also

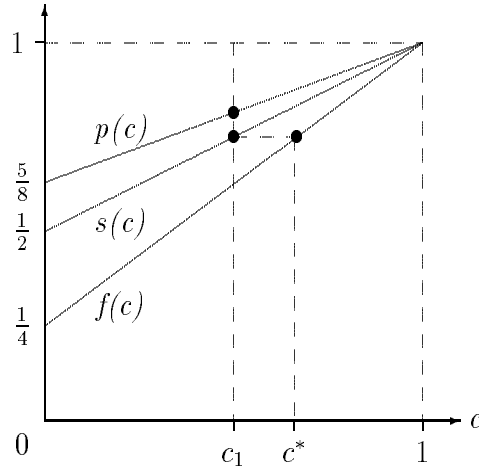


Abbildung 1: Gleichgewichtige Preisstrategien

(c_1 : niedrigste Stückkosten, c^* : kritischer Wert der Stückkosten, bei $C \in (c_1, c^*)$ gewinnt i. d. 2-ten Periode der ineffiziente Anbieter)

im einmaligen Bertrand Marktpiel. Aber wie steht es um den Vergleich des durchschnittlichen Erwartungswerts des Marktpreises? Führt die Wiederholung insgesamt zu einer Annäherung an den kompetitiven Marktpreis?

Wie sich herausstellt, ist der durchschnittliche Erwartungswert des Marktpreises im wiederholten Preiswettbewerb *höher* als im einmaligen Bertrand Marktpiel. Die weniger aggressive Preissetzung in der ersten Periode, $p(c) > p^*(c)$, überwiegt die aggressivere Preissetzung des ineffizienten Anbieters in der zweiten Periode, $s(c) = p^*(c) > f(c)$. Im wiederholten Preiswettbewerb entfernt sich also der durchschnittliche Marktpreis noch weiter vom kompetitiven Ergebnis.

Satz 4 (Größere Abweichung vom kompetitiven Marktergebnis) *Der durchschnittliche Erwartungswert des gleichgewichtigen Marktpreises ist höher als im einmaligen Bertrand Marktpiel.*

Beweis Der Erwartungswert des gleichgewichtigen Marktpreises in der zweiten Periode \bar{p}_2 beträgt

$$\begin{aligned} \bar{p}_2 : &= E[\min\{s(C_{(1)}), f(C_{(2)})\}] \\ &= \int_0^1 \int_0^y \min\left\{\frac{1+x}{2}, \frac{1+3y}{4}\right\} f_{12}(x, y) dx dy. \end{aligned} \quad (39)$$

Da

$$1 + x \leq \frac{1 + 3y}{2} \iff y \geq \frac{2}{3}x + \frac{1}{3},$$

und da die gemeinsame Dichtefunktion $f_{12}(x, y)$ der beiden Rangstatistiken konstant gleich 2 ist, folgt¹²

$$\begin{aligned} \bar{p}_2 &= \int_{x=0}^1 \int_{y=\frac{1}{3}(2x+1)}^1 (1+x) dy dx \\ &\quad + \int_{x=0}^1 \int_{y=x}^{\frac{1}{3}(2x+1)} \left(\frac{1+3y}{2} \right) dy dx \\ &= \frac{23}{36}. \end{aligned} \tag{40}$$

Der Erwartungswert des gleichgewichtigen Marktpreises in der ersten Periode ist

$$\bar{p}_1 := E[p(C_{(1)})] = \frac{5}{8} + \frac{3}{8}E[C_{(1)}] = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \frac{1}{3} = \frac{3}{4}. \tag{41}$$

Aus beiden Zwischenergebnissen folgt

$$\begin{aligned} \bar{p} &:= \frac{1}{2}\bar{p}_1 + \frac{1}{2}\bar{p}_2 \\ &= \frac{25}{36} > \frac{24}{36} = \frac{2}{3} \end{aligned} \tag{42}$$

Der durchschnittliche Erwartungswert des gleichgewichtigen Marktpreises ist also wie behauptet größer als im einmaligen Bertrand Marktspiel. ■

4 Schlußbemerkungen

In diesem Beitrag wurde eine dynamische Theorie des Preiswettbewerbs im Duopol entwickelt. Diese Theorie hat zwei wesentliche Bestandteile: *unvollständige Information* über die Stückkosten rivalisierender Anbieter, und *Lernen* aufgrund wiederholter Interaktion auf einem stationären Markt.

¹²Die gemeinsame Dichtefunktion der beiden Rangstatistiken einer Stichprobe der Größe N , $V_{(r)}$, $V_{(s)}$, $1 \leq r < s \leq N$, ist gleich

$$f_{rs}(x, y) = \frac{N!}{(r-1)!(s-r-1)!(N-s)!} F(x)^{r-1} f(x) [F(y) - F(x)]^{s-r-1} f(y) [1 - F(y)]^{N-s},$$

wenn $x \leq y$, und ansonsten gleich Null. Vgl. David, H. A. [1970]. *Order Statistics*, Wiley, p. 9. Man setze $r = 1$, $s = 2$, $N = 2$, sowie $f(x) \equiv 1$, $F(x) \equiv x$ (Gleichverteilung), und die Behauptung folgt.

Die Theorie erklärt eine fallende Preissequenz. Beide Anbieter beginnen mit übereinstimmenden Preisstrategien. Erfolg und Mißerfolg führen jedoch zu unterschiedlichem Lernen über die Stückkosten des Rivalen und somit zu einem Auseinanderklaffen der Preisstrategien. Mißerfolg macht aggressiver. Der effizienteste Anbieter gewinnt nicht immer den Markt.

Obwohl die Wiederholung zu einem sukzessiven Lernprozeß und deshalb zu einem fallenden Marktpreis führt, so folgt dennoch nicht, daß sich das Marktergebnis der kompetitiven Marktlösung annähert. Tatsächlich reagieren die Anbieter auf die Wiederholung des Marktspiels mit derart höheren Preisforderungen zu Beginn des Spiels, daß insgesamt ein höherer durchschnittlicher Erwartungswert des Marktpreises zustandekommt als im einmaligen Bertrand Spiel. Die Wiederholung des Preiswettbewerbs führt insgesamt zu einer größeren Abweichung vom kompetitiven Marktergebnis.

Literatur

- [1] B. Allen and M. Hellwig. Bertrand–Edgeworth oligopoly in large markets. *Review of Economic Studies*, 53:175–204, 1986.
- [2] M. R. Baye, G. Tian, and J. Zhou. Characterizations of the existence of equilibria in games with discontinuous and non-quasiconcave payoffs. *Review of Economic Studies*, 60:935–948, 1993.
- [3] M. Beckmann and D. Hochstädter. Edgeworth–Bertrand duopoly revisited. *Operations Research Verfahren*, 3:55–68, 1965.
- [4] J. Bertrand. Review of Walras’ ‘Théorie Mathématique de la Richesse Sociale’ and of Cournot’s ‘Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses’. *Journal des Savants*, pages 499–508, 1883.
- [5] A. A. Cournot. *Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*. Paris, 1839.
- [6] P. Dasgupta and E. Maskin. The existence of equilibrium in discontinuous economic games, I and II. *Review of Economic Studies*, 53:1–26, 27–41, 1986.
- [7] H. A. David. *Order Statistics*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. Wiley, 1970.
- [8] C. Davidson and R. Deneckere. Long–term competition in capacity, short–run competition in price, and the Cournot model. *Rand Journal of Economics*, 17:404–415, 1986.

- [9] F. Y. Edgeworth. The pure theory of monopoly. In F. Y. Edgeworth, editor, *Papers Relating to Monopoly*, volume 1. Macmillan, 1925.
- [10] W. Güth. A simple justification of quantity competition and the Cournot–oligopoly solution. Discussion paper, Universität Frankfurt, 1992.
- [11] B. Hayes. Competition and two–part tariffs. *Journal of Business*, 60:41–54, 1987.
- [12] S. M. Kendall and A. Stuart. *The Advanced Theory of Statistics*, volume I. Charles Griffin & Co., 1977.
- [13] D. M. Kreps and J. A. Scheinkman. Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes. *Bell Journal of Economics*, 14:326–337, 1983.
- [14] M. Landsberger, E. Wolfstetter, and S. Zamir. A sequential auction problem. mimeo, Humboldt–Universität zu Berlin, 1994.
- [15] R. Levitan and M. Shubik. Price duopoly and capacity constraints. *International Economic Review*, 13:111–122, 1972.
- [16] D. M. Mandy. Nonuniform Bertrand competition. *Econometrica*, 60:1293–1330, 1992.
- [17] E. Maskin and J. Tirole. A theory of dynamic oligopoly, I and II. *Econometrica*, 56:549–570, 571–600, 1988.
- [18] N. Singh and X. Vives. Price and quantity competition in a differentiated duopoly. *Rand Journal of Economics*, 15:546–554, 1984.
- [19] J. Tirole. *The Theory of Industrial Organization*. MIT–Press, 1989.
- [20] W. Vickrey. Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders. *Journal of Finance*, 16:8–37, 1961.
- [21] X. Vives. Rationing and Bertrand–Edgeworth equilibria in large markets. *Economics Letters*, 27:113–116, 1986.
- [22] E. Wolfstetter. Oligopoly and industrial organization. Discussion paper, Humboldt–Universität zu Berlin, 1993.
- [23] E. Wolfstetter. Auctions: an introduction. *Surveys in Economics*, 1995.